

Importante: el método de resolución y las explicaciones influyen en la nota.

Ejercicio 1 (1 punto). Un dispositivo suma 0.3333 unidades cada tercio de segundo. Si se utiliza tal dispositivo para medir el tiempo, ¿cuánto tardará en cometer un error de 1 minuto?

Ejercicio 2 (2 puntos). Enunciar con precisión el algoritmo de Newton-Raphson, indicando la entrada y la salida.

Ejercicio 3 (2 puntos). Utilizar el algoritmo de Newton-Raphson para calcular $\sqrt[5]{2}$ con 6 cifras de precisión, tomando como semilla $x_0 = 1.2$. ¿Por qué puede saberse que la precisión es la que se pide?

Ejercicio 4 (1.5 puntos). Se considera la matriz

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & * & 1 \end{pmatrix}$$

(donde el asterisco puede ser cualquier número). Se pregunta

- (1) Dar un ejemplo de matriz A para la cual L sea la matriz L de la factorización LU .
- (2) Explicar si en el proceso de Gauss que produce dicha matriz L se ha aplicado o no pivotaje parcial.

Ejercicio 5 (1.5 puntos). Se considera una imagen digital de 800×1000 píxeles. Se le aplica una convolución con un núcleo de tamaño 3×3 (poniendo un borde blanco a la imagen para evitar pérdidas). Se pide contestar razonadamente a las siguientes preguntas:

- (1) ¿Cuál es el tamaño de la matriz que aplica la convolución a toda la imagen?
- (2) ¿Cuántos elementos distintos de cero hay en cada fila de dicha matriz?
- (3) ¿En qué posiciones están?

Ejercicio 6 (2 puntos). Se considera la matriz A (y su inversa A^{-1}):

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 \end{pmatrix}, A^{-1} = \begin{pmatrix} 9 & -36 & 30 \\ -36 & 192 & -180 \\ 30 & -180 & 180 \end{pmatrix}.$$

Se pide:

- (1) Calcular el número de condición para la norma infinito de A , $\kappa_{\infty}(A)$.
- (2) Explicar si sería razonable usar A para resolver un sistema de ecuaciones de la forma $Ax = b$, utilizando como aproximación a las fracciones números de 2 cifras decimales.