En todos los casos, se pide **contestar razonadamente**.

Teoría 1 (1 pto.) Enunciar con precisión el Teorema de la Divergencia.

Teoría 2 (1 pto.) Se tiene un campo constante $\vec{F}$ en $\mathbb{R}^2$ y las curvas

$$\gamma_1 \equiv \left.\begin{array}{c} x(t) = 4t \\ y(t) = 6t \end{array}\right\}, t \in [0,1] \quad \gamma_2 \equiv \left.\begin{array}{c} x(t) = 8t \\ y(t) = 12t \end{array}\right\}, t \in [0,1]$$

Si $\int_{\gamma_1} \vec{F}\, d\gamma = 7$, ¿cuánto vale $\int_{\gamma_2} \vec{F}\, d\gamma$? (Se considerará el razonamiento a la hora de la puntuación).

Teoría 3 (1 pto.) Si $\log(4) \simeq 1.39$, calcular aproximadamente *todos* los valores de $\log(2\sqrt{3} + 2i)$.

Ejercicio 1 (1.5 ptos.) Calcular el rotacional del campo $\vec{F} = (y + z, x + y + 2z, x + y)$ y calcular el trabajo realizado por dicho campo al recorrer una vuelta de la circunferencia unidad en el plano $z = 0$. (En este ejercicio se tendrá en cuenta la manera de realizarlo para la puntuación).

Ejercicio 2 (2.5 ptos.) Un depósito de $500l$ lleno de agua con una solución de sal a $3g/l$ tiene un escape por el que sale agua a $2l/s$ y una entrada por la que se alimenta con agua con sal a $2g/l$ a la velocidad de $2l/s$. Se supone que la disolución es homogénea en todo el depósito. Calcular la evolución de la concentración de sal en el depósito y la concentración al cabo de $1h$.

Ejercicio 3 (1.5 ptos.) Estudiar si la siguiente función cumple las condiciones de Cauchy-Riemann en el conjunto $x > 0, y > 0$.

$$f(z) = f(x + iy) = \sqrt{x} + i\sqrt{y}.$$

En todos los casos, se pide **contestar razonadamente**.

Teoría 1 (1 pto.) Enunciar con precisión el Teorema de la Divergencia.

Teoría 2 (1 pto.) Se tiene un campo constante $\vec{F} = (a, b)$ en $\mathbb{R}^2$ y la curva

$$\gamma \equiv \left.\begin{array}{l} x(t) = te^{t-1}\sqrt{t} \\ y(t) = te^{t+1}\sqrt{t-1} \end{array}\right\}, t \in [0, 1]$$

calcular *de la forma más sencilla posible* el trabajo realizado por $\vec{F}$ a lo largo de γ.

Teoría 3 (1 pto.) Calcular $e^{1+i\pi/2}$ y $\log(e + ei)$.

Ejercicio 1 (1.5 ptos.) Calcular el flujo del campo $\vec{F} = (y^2+z^3, x^3+z^4, xy+z)$ en la superficie de una esfera centrada en el origen, de radio 10 (Se tendrá en cuenta la manera de realizar este ejercicio a la hora de puntuar).

Ejercicio 2 (2.5 ptos.) Un objeto de masa $2kg$ se deja caer desde una altura de $100m$. Se supone que $g = 10m/s^2$. El aire ejerce una fuerza de oposición a la caída dada que es 0.05 veces la velocidad del objeto. Calcular la trayectoria de dicho objeto y a qué altura estará 1 segundo después de soltarlo.

Ejercicio 3 (1.5 ptos.) Estudiar si la siguiente función cumple las condiciones de Cauchy-Riemann en el conjunto $x > 0, y > 0$.

$$f(z) = f(x + iy) = x^2 - y^2 + 2xyi.$$