En todos los casos, se pide **contestar razonadamente**.

Teoría 1 (1 pto.). Cambiar el orden de integración en:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_{1-\frac{2}{\pi}x}^{\cos(x)} f(x,y)\,dy\,dx.$$

Teoría 2 (1 pto.). Enunciar el Teorema de Fubini para dos variables.

Teoría 3 (1 pto.). Se considera $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$. Se pide:

- Calcular $\vec{F} = \nabla f$.
- Calcular $\int_\gamma \vec{F}\,d\gamma$ para γ dada por

$$\gamma(t) \equiv \begin{cases} x(t) = 2\cos t \\ y(t) = 3\operatorname{sen} t \\ z(t) = t^3 \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi].$$

Ejercicio 1 (2 ptos.). Se tienen $1.6Tm$ de arena (densidad $1.6g/cm^3$) esparcida en el suelo (altura 0) y se ha de subir a un depósito cilíndrico cuya base está a altura $1m$ del suelo, que tiene radio $3m$ y altura más que suficiente. Calcular el trabajo necesario para subirla. *Nota: habrá que calcular primero la altura a la que llega en el cilindro...*

Ejercicio 2 (1 pto.). Se tienen cuatro cilindros de altura $1m$ y radio $2m$ sobre el suelo y los centros de cuyas bases están en los puntos $(0,0,0)$, $(0,10,0)$, $(10,10,0)$ y $(10,0,0)$. Las densidades respectivas son ρ_1, ρ_2, ρ_3 y ρ_4. Calcular el centro de masas del cuerpo formado por los cuatro cilindros.

Ejercicio 3 (2 ptos.). Se considera el campo $\vec{F} = (y, -x)$. Calcúlese el trabajo realizado por $\vec{F}$ a lo largo de la curva $r = \theta$, para $\theta \in [\alpha, \beta]$.

Ejercicio 4 (2 ptos.). Calcular la masa de una superficie cónica de altura $1m$, radio de la base $0.5m$ y la densidad de cuyos puntos es proporcional a su altura (respecto de la base).

En todos los casos, se pide **contestar razonadamente**.

Teoría 1 (1 pto.). Enunciar con precisión el Teorema de Stokes.

Teoría 2 (1 pto.). Si $\log(4) \simeq 1.39$, calcular $\log(\sqrt{3}+i)$.

Teoría 3 (1 pto.). Calcular el flujo del campo $(-y, x, 0)$ en la superficie cilíndrica $x^2 + y^2 = 3$ *sin realizar ninguna integral* (pero, obviamente, explicando cómo). No vale decir un número sin más.

Teoría 4 (1 pto.). Una ecuación diferencial lineal homogénea de orden 5 es tal que su polinomio asociado tiene las raíces siguientes:

$$\begin{cases} -1, \text{ con multiplicidad } 2 \\ 1, \text{ con multiplicidad } 1 \\ 2 \pm 3i \text{ (cada una con mult. 1)} \end{cases}$$

Mostrar cuál es la solución general de dicha ecuación.

Ejercicio 1 (2 ptos. en total). Se considera el campo de vectores $\vec{F} = (x^2 + z^3 + y, z^2 + y^2, x^3 + z^2 + y)$. Se pide:

- Calcular $\nabla \times \vec{F}$ (el rotacional). [0.5 ptos.]
- Calcular el trabajo realizado por $\vec{F}$ a lo largo de la circunferencia de centro $(0, 0, 0)$ y radio 1 incluida en el plano $z = 0$. [1.5 ptos.]

Ejercicio 2 (2 ptos.). Una piedra de masa $1g$ cae desde una altura de $100m$. El rozamiento ejerce una fuerza proporicional a la velocidad, contraria al movimiento. La constante de proporcionalidad es 0.1. Si $g = 10m/s^2$, calcular dónde estará la piedra tras $1s$.

Ejercicio 3 (2 ptos). Se considera la función $f(z) = \frac{1}{z}$ de variable compleja. Expresarla de la forma $f(x+yi) = u(x, y) + iv(x, y)$ y mostrar si cumple o no las condiciones de Cauchy-Riemann donde está definida.