

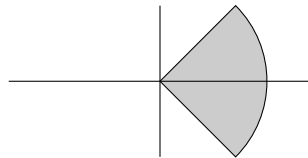
En todos los casos, se pide **contestar razonadamente**.

Además, **el modo de resolver un problema** será parte de la nota.

Teoría 1 (1 pto.). Enunciar el Teorema de Fubini para dos variables.

Teoría 2 (1 pto.). Se considera la función $f(z) = \frac{1}{z+1}$ de variable compleja. Expresarla de la forma $f(x+yi) = u(x, y) + iv(x, y)$ y mostrar si cumple o no las condiciones de Cauchy-Riemann donde está definida.

Ejercicio 1 (2 ptos.). Una superficie metálica tiene como forma un arco de círculo de radio $1m$ y abertura $\pi/2$. Si se sitúa de manera que su vértice está en $(0, 0)$ y el eje OX la corta simétricamente, su densidad superficial tiene por fórmula $\rho(x, y) = (x^2 + y^2)g/cm^2$. Calcular el centro de masas de la pieza.



Ejercicio 2 (2 ptos.). Si el campo

$$F = \left(\frac{-x}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}, \frac{-y}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} \right)$$

representa el de un punto de masa (en el plano), según las fórmulas de Newton, calcular el trabajo requerido para desplazarse a lo largo de un arco de la espiral descrita por la ecuación $\rho = \theta$ para $\theta \in [\theta_0, \theta_1]$.

Ejercicio 3 (2 ptos.). Se considera $\vec{F}(x, y, z) = (x + y^2 + z^2, y + x^2 + z^2, z + x^2 + y^2)$. Se pide:

- (0.5 ptos.) Calcular $\vec{G} = \nabla \cdot \vec{F}$ (la divergencia).
- (1.5 ptos.) Calcular $\int_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$ si S es la esfera de centro el origen de coordenadas y radio 2.

Ejercicio 4 (2 ptos.). Una piedra de masa $1g$ cae desde una altura de $100m$. El rozamiento ejerce una fuerza proporcional a la velocidad, contraria al movimiento. La constante de proporcionalidad es 0.1 . Si $g = 10m/s^2$, calcular dónde estará la piedra tras $1s$.