Algunos ejercicios de Ampliación de Cálculo

Pedro Fortuny Ayuso
septiembre-diciembre 2012
fortunypedro@uniovi.es

22 de octubre de 2015

Capítulo 1

Anexo octubre 2015

Ejercicio 1. Calcular el centro de masas del arco de circunferencia que va de $\pi/2 - \alpha$ a $\pi/2 + \alpha$ si la densidad es constante, suponiendo que el radio es r.

Ejercicio 2. Calcular la temperatura media del arco de circunferencia que va de $\pi/2 - \alpha$ a $\pi/2 + \alpha$ si la temperatura es proporcional a la altura, para radio r.

Ejercicio 3. Calcular el momento de inercia del arco de circunferencia que va de $\pi/2 - \alpha$ a $\pi/2 + \alpha$ respecto de su eje de simetría, si la densidad es constante.

Ejercicio 4. Calcular el centro de masas de la cardioide $\rho = 1 + \cos\theta$ si la densidad es constante.

Ejercicio 5. Calcular la masa de un arco de catenaria $y = a\cosh x$, para $x \in [-b, b]$, suponiendo que la densidad es constante.

Calcular el centro de masas de dicho arco.

Ejercicio 6. Calcular el centro de masas de un arco de la espiral

$$(r\cos t, r\,\mathrm{sen}\, t, at)$$

desde $t = 0$ hasta $t = \alpha$. ¿Está siempre en el eje OZ? ¿Cuándo está?

Ejercicio 7. Calcular el momento de inercia de un arco de espiral de paso a y radio r respecto del eje de la espiral. El arco se supone que va de 0 a α. Se supone que la densidad es constante.

Ejercicio 8. Se tiene un muelle en reposo, que define una espiral de radio r y paso a. ¿Cuánto tiene que estirarse para que la longitud de una vuelta se duplique?

Ejercicio 9. La temperatura en una esfera (en la superficie) es directamente proporcional al seno de la latitud medida desde el polo norte (i.e. en el polo norte, latitud 0, en el polo sur, latitud π). Se considera la trayectoria de un objeto que sigue un círculo máximo que pasa por los polos desde latitud $\pi/6$ hasta latitud $\pi/3$. Calcular la temperatura media en dicho trayecto.

Lo mismo si la trayectoria es

$$(\sqrt{1-t^2}\cos(t), \sqrt{1-t^2}\,\mathrm{sen}(t), t), \quad t \in [0, a],$$

para $a > 0$ suficientemente pequeño.